

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2018-2019

Prova scritta in aula del 04.06.2019

Parte I - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

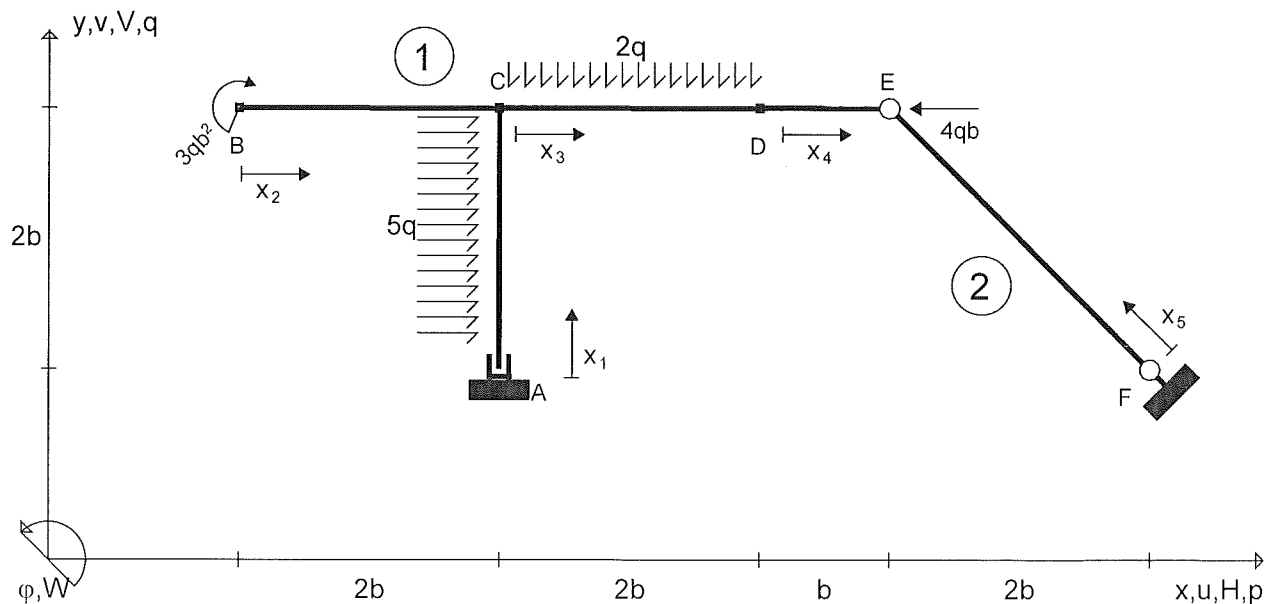
**Esercizio n. 1** (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 19.06.19\*001



Eq. ausiliario:  $M_{E(E)}^{(2)} = 0$

## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $V_A$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta  $ABC$ ),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta  $CD$ ),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto  $B$ ,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto  $C$ ,  $u_C$ .

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto  $B$ ,  $M_B$ .

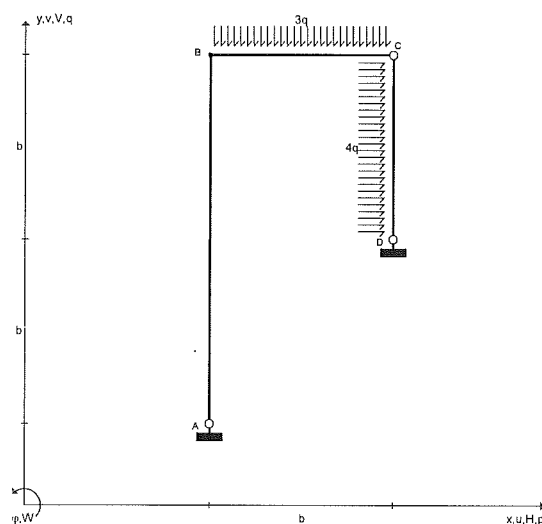
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste*  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto  $B$ ,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto  $C$ ,  $u_C$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

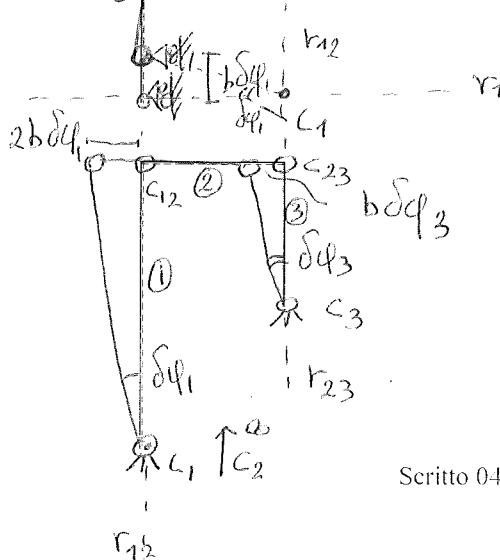
SdC\_SdA 19.06.19\*003



$$\begin{cases} C_1 \in r_1 \\ C_1 \Leftrightarrow C_{12} \Leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_1 \in r_{12} \end{cases}$$

$$b\delta\varphi_1, 2b\delta\varphi_1, \delta\varphi_1, \delta\varphi_2, b\delta\varphi_2 = 2b\delta\varphi_1 \Rightarrow \boxed{\delta\varphi_2 = 2\delta\varphi_1}$$

$$\begin{cases} C_1 \Leftrightarrow C_{12} \Leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{12} \\ C_3 \Leftrightarrow C_{23} \Leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{23} \end{cases}$$



$$\boxed{\delta\varphi_3 = 2\delta\varphi_1}$$

$$V_A(\hat{u}) = -5/2 qb; C_1 = (b, 0); C_2 = (b, b); C_{12} = (b, 2b);$$

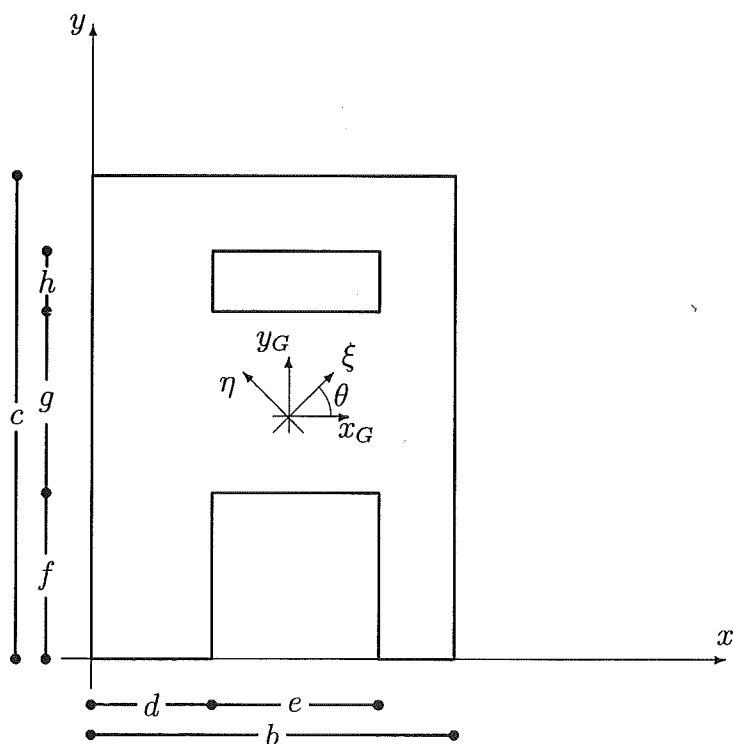
$$v_B = b\delta\varphi_1; u_C = 2b\delta\varphi_1 = b\delta\varphi_2;$$

$$M_B(\hat{e} \otimes \hat{e}) = +4qb^2; v_B = 0; u_C = -b\delta\varphi_2 = -2b\delta\varphi_1$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 2a$ ;  $c = 3a$ ;  $d = a$ ;  $e = a$ ;  $f = a$ ;  $g = a$ ;  $h = a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del *doppio* dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



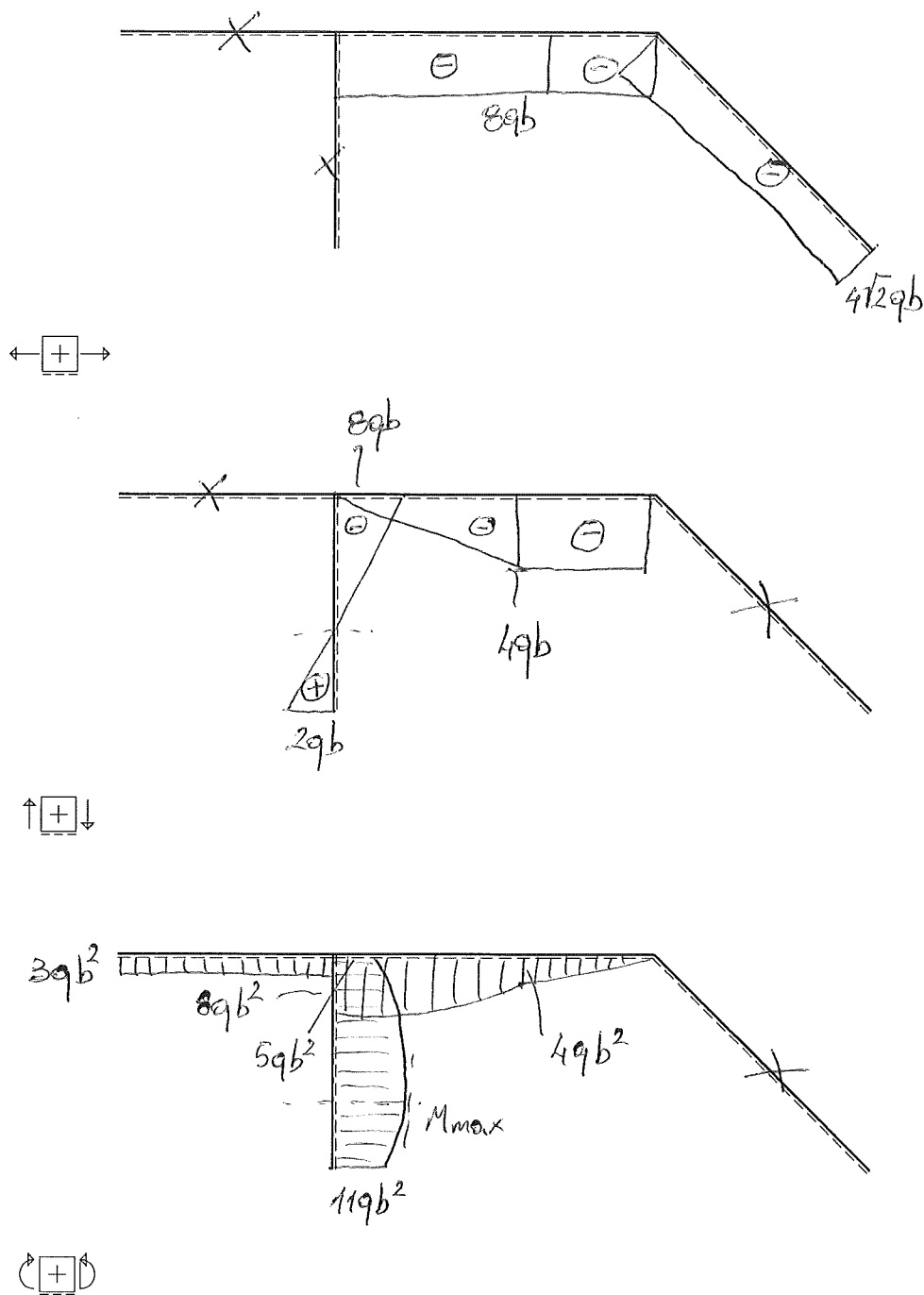
$$S_x = 6a^3; S_y = 3a^3;$$

$$x_G = \frac{3}{4}a = 0,75000a; y_G = \frac{3}{2}a = 1,50000a;$$

$$J_{xG} = \frac{7}{3}a^4 = 2,33333a^4; J_{yG} = \frac{13}{12}a^4 = 1,08333a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{7}{3}a^4 = 2,33333a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{13}{12}a^4 = 1,08333a^4;$$



$H_A (\Rightarrow) = -2qb$ ; $M_A (\curvearrowright) = 11qb^2$ ; $H_F (\Rightarrow) = -4qb$ ; $V_F (\uparrow) = 4qb$ ;			
$N_{AC} = 0$	$T_{AC} = 2qb - 5qx_1$	$M_{AC} = 11qb^2 + 2qb x_1 - \frac{5}{2} q x_1^2$	
$N_{BC} = 0$	$T_{BC} = 0$	$M_{BC} = 3qb^2$	
$N_{CD} = -8qb$	$T_{CD} = -2qx_2$	$M_{CD} = 8qb^2 - qx_2^2$	
$N_{DE} = -8qb$	$T_{DE} = -4qb$	$M_{DE} = 4qb^2 - 4qbx$	
$N_{FE} = -4\sqrt{2}qb$	$T_{FE} = 0$	$M_{FE} = 0$	

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2018-2019

Prova scritta in aula del 04.06.2019

Parte I - Testo 2

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

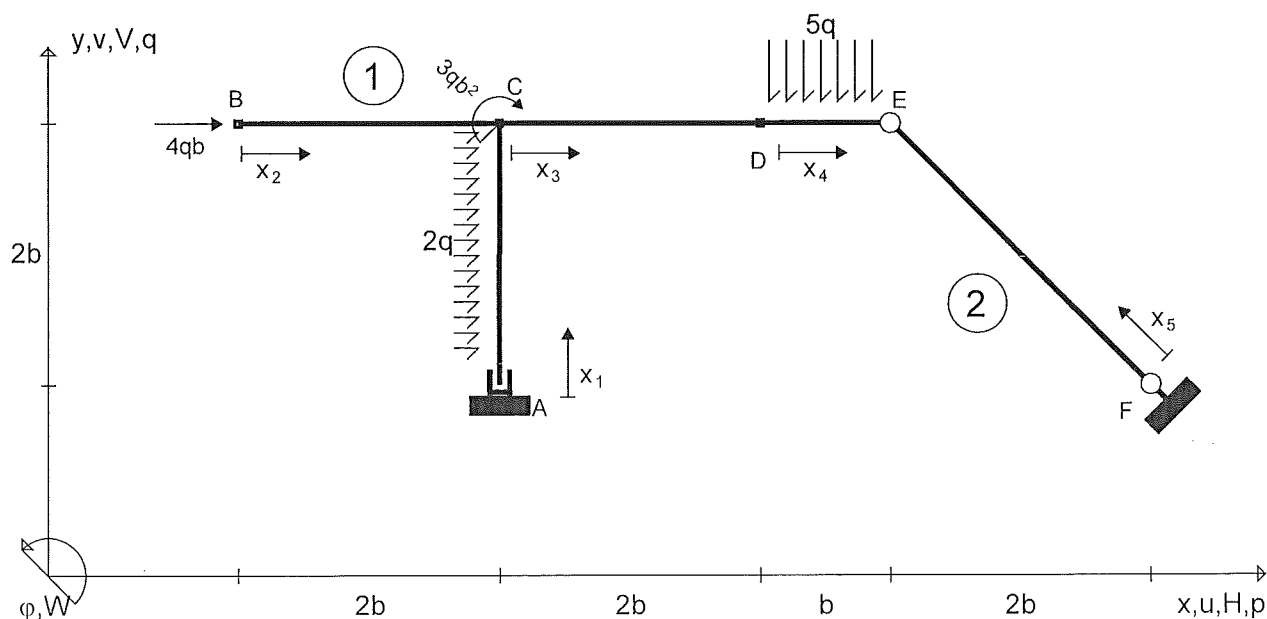
**Esercizio n. 1** (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 19.06.19\*002



## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $V_A$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta  $ABC$ ),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta  $CD$ ),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto  $B$ ,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto  $C$ ,  $u_C$ .

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto  $B$ ,  $M_B$ .

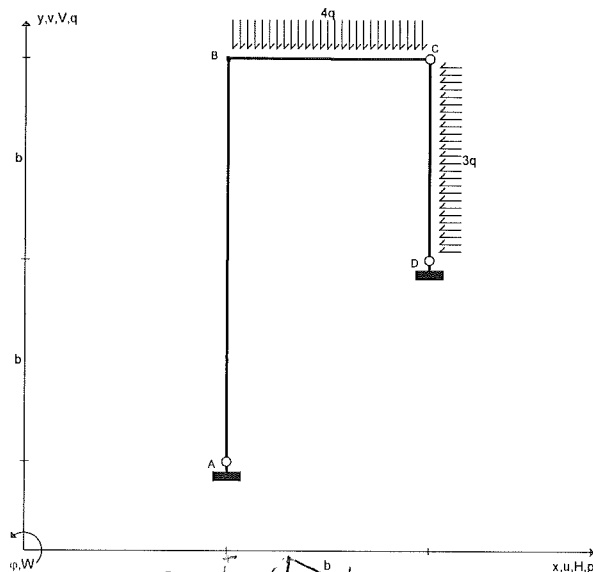
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste*  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto  $B$ ,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento del punto  $C$ ,  $u_C$ .

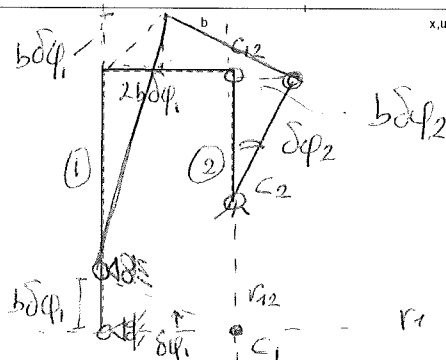
Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 19.06.19\*004

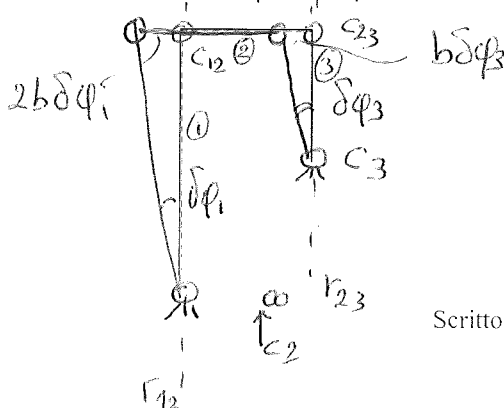


$$\begin{cases} C_1 \in r_1 \\ C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_1 \in r_{12} \end{cases}$$



$$2\delta\varphi_1 = \delta\varphi_2$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{12} \\ C_3 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{23} \end{cases}$$



$$2\delta\varphi_1 = \delta\varphi_3$$

$$V_A(\hat{u}) = 5qb; C_1 = (b, 0); C_2 = (b, b); C_{12} = (b, 2b);$$

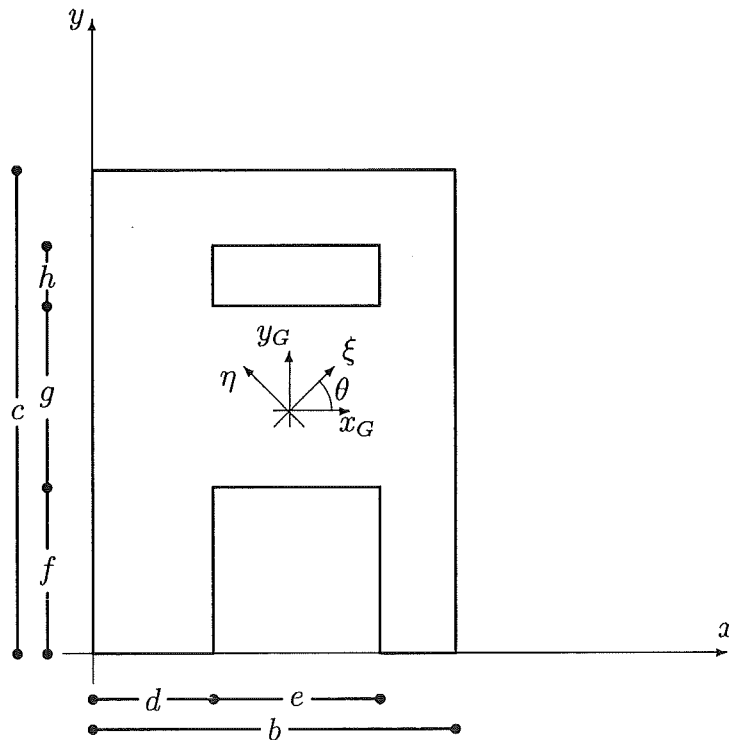
$$v_B = b\delta\varphi_1; u_C = 2b\delta\varphi_1 = b\delta\varphi_2;$$

$$M_B(\hat{u}) = -3qb^2; v_B = 0; u_C = -b\delta\varphi_2 = -2b\delta\varphi_1$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 3a$ ;  $c = 4a$ ;  $d = a$ ;  $e = 2a$ ;  $f = a$ ;  $g = 2a$ ;  $h = a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del doppio dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



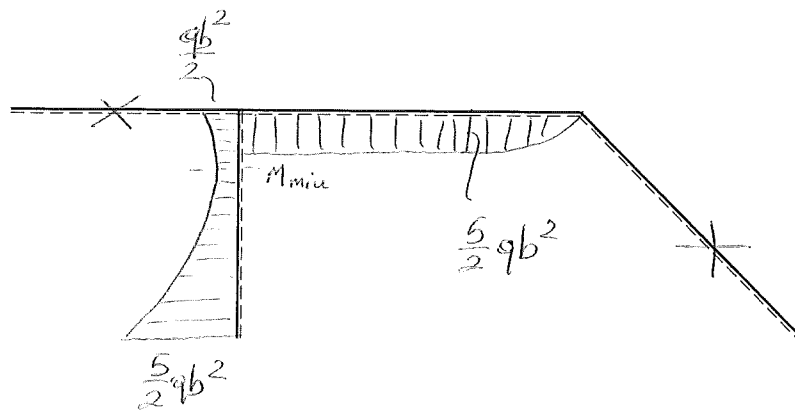
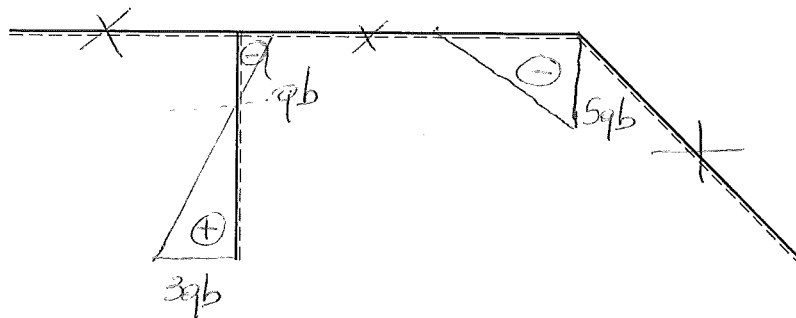
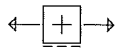
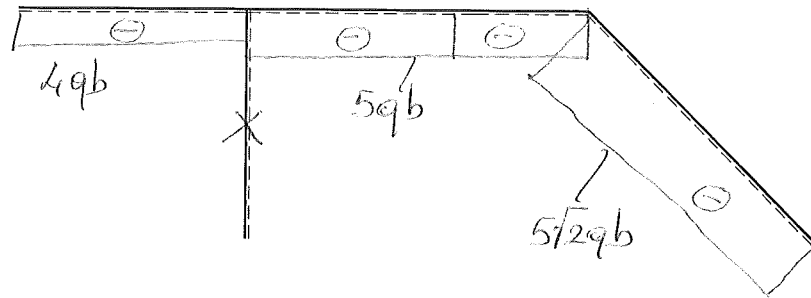
$$S_x = 16a^3; S_y = 16a^3;$$

$$x_G = \frac{5}{4}a = 1,25000a; y_G = 2a;$$

$$J_{xG} = \frac{20}{3}a^4 = 6,66667a^4; J_{yG} = \frac{37}{6}a^4 = 6,16667a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{20}{3}a^4 = 6,66667a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{37}{6}a^4 = 6,16667a^4;$$



$$H_A (\Rightarrow) = -3qb; M_A (\curvearrowright) = \frac{5}{2}qb^2; H_F (\Rightarrow) = -5qb; V_F (\uparrow) = 5qb;$$

$$N_{AC} = 0; T_{AC} = 3qb - 2qx; M_{AC} = -\frac{5}{2}qb^2 + 3qbx - qx^2;$$

$$N_{BC} = -4qb; T_{BC} = 0; M_{BC} = 0;$$

$$N_{CD} = -5qb; T_{CD} = 0; M_{CD} = \frac{5}{2}qb^2;$$

$$N_{DE} = -5qb; T_{DE} = -5qx; M_{DE} = \frac{5}{2}qb^2 - \frac{5}{2}qx^2;$$

$$N_{FE} = -5\sqrt{2}qb; T_{FE} = 0; M_{FE} = 0;$$